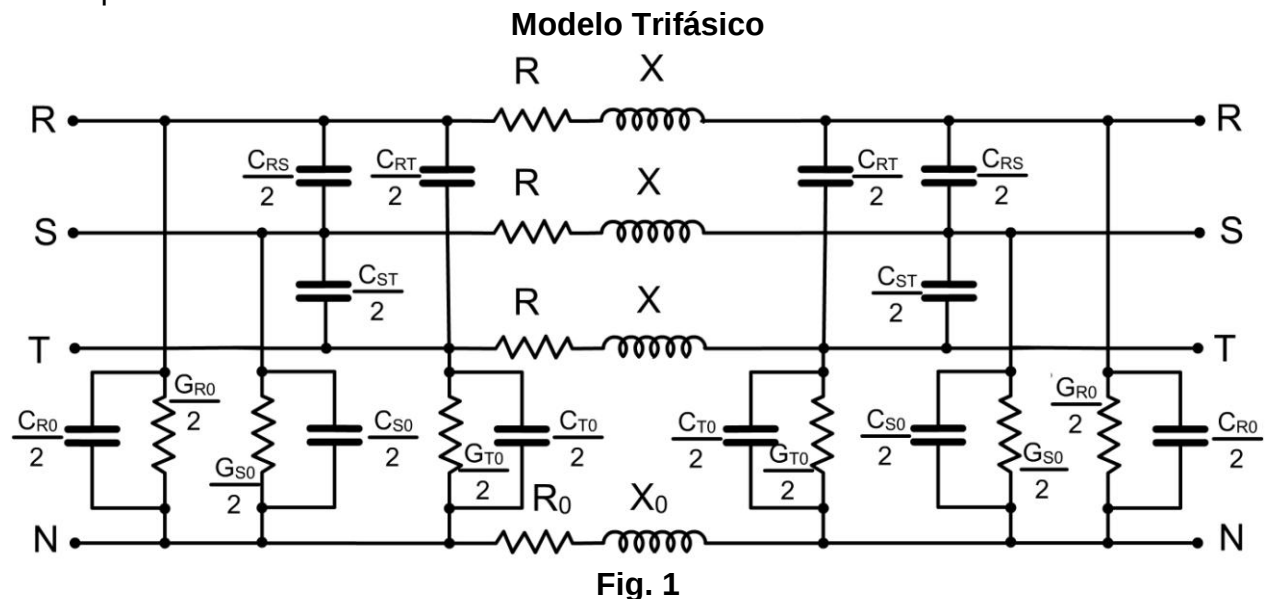


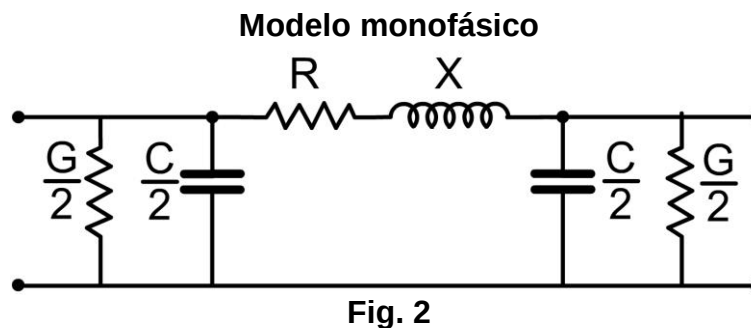
PARAMETROS DE LINEAS DE TRANSMISIÓN

Introducción

Los modelos utilizados para representar a las líneas de transmisión de energía eléctrica dependerán del tipo de estudio a realizar. En principio una representación detallada de una línea para ser estudiada en funcionamiento dinámico (No transitorio), debería incluir los parámetros de cada una de las fases y los parámetros de vinculación entre ellas y con respecto a tierra. La Fig. 1 muestra el detalle de los parámetros considerados en una representación trifásica.



Para los estudios en régimen estacionario, y considerando que las líneas funcionan equilibradamente; condición que nos lleva a suponer que las fases transmiten la misma corriente; podemos en consecuencia asumir una representación monofásica mediante un cuadripolo π como se observa en la Fig. 2.



Donde R y X representan la resistencia de los conductores de una fase y la inductancia serie $\frac{C}{2}$ corresponde a la mitad de la capacidad de servicio, la cual resulta de considerar las capacidades entre fases y las capacidades de las tres fases respecto a

tierra. Finalmente $\frac{G}{2}$ corresponde a la mitad de las conductancias a tierra las cuales resultan de considerar las resistencias de pérdida de los aisladores, las pérdidas por efecto corona y las pérdidas adicionales.

INDUCTANCIA DE LINEAS

Recordemos que la inductancia de un conductor, una bobina o una línea, es la propiedad o característica que relaciona la fuerza electromotriz inducida debida a la variación del flujo con la velocidad de variación de la corriente. La anterior definición queda ratificada por la expresión (2).

$$e = \frac{d\tau}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (1) \quad \therefore L = \frac{e}{\frac{di}{dt}} \quad (2)$$

donde: τ = Número de concatenaciones de flujo (Weber)
 e = F.e.m. inducida (Volt)
 i = Corriente (Amperes)

También observando la expresión (1), podemos escribir:

$$L = \frac{d\tau}{di} \quad (3) \quad \text{Si } \tau = k \cdot i \quad \therefore L = \frac{\tau}{i} \quad [\text{Henrios}] \quad (4)$$

La expresión (3) nos muestra que la inductancia también se puede definir como la relación entre las variaciones de concatenaciones de flujo por unidad de variación de corriente.

Si además la relación entre las concatenaciones de flujo y la corriente responde a una función lineal, podemos definir a la inductancia como la relación entre las concatenaciones de flujo por unidad de corriente. (4).

En una línea bifilar las concatenaciones de flujo de la espira formada por los dos conductores será la suma de las concatenaciones de flujo de cada conductor.

Aquí debemos aclarar que cuando hablamos de concatenaciones de flujo nos estamos refiriendo a la cantidad de líneas de campo magnético que abrazan una determinada corriente y que debe diferenciarse del flujo, por cuanto este último se refiere a la cantidad de líneas de campo generadas por una corriente independientemente de que corriente abracen.

La inductancia mutua entre dos circuitos es una propiedad semejante a la inductancia que presenta interés cuando se trata de estudiar la influencia de las líneas de alta tensión sobre líneas telefónicas o del acoplamiento de líneas de energía paralelas. En estos casos hablaremos de las concatenaciones de flujo producidas por una corriente circulando por una línea de energía por unidad de corriente circulando en la línea paralela .

Los conceptos anteriores nos llevan a un análisis donde hablaremos de las concatenaciones internas y externas al conductor, de donde resultará una inductancia interna y otra externa.

Inductancia Interna de un conductor

Teniendo en cuenta la expresión (4), la inductancia interna podríamos definirla como las concatenaciones de flujo interno al conductor por unidad de corriente. Pero aquí debemos reparar en que las líneas de flujo producidas por la corriente hasta un nivel x del centro del conductor, no abrazan a la totalidad de la corriente. Por este motivo la inductancia interna resultará de la integración de las concatenaciones de flujo diferenciales.

Para este cálculo, partimos del principio que dice **“La circulación del vector Intensidad de campo magnético a lo largo de una línea cerrada es igual a la corriente concatenada”**

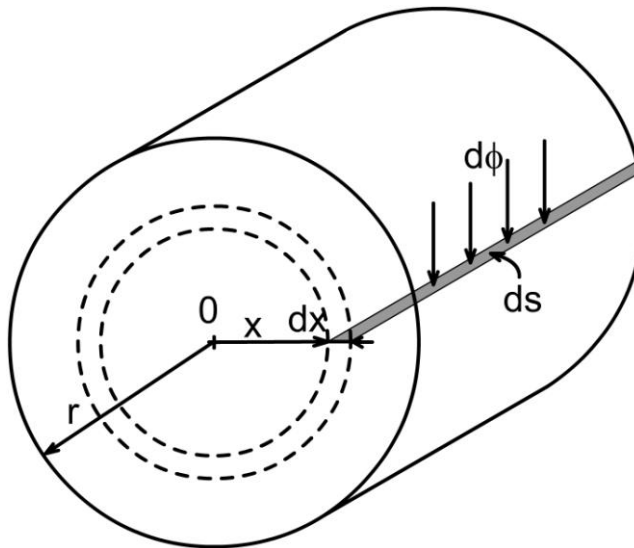


Fig. 3

En la Fig.3 hemos representado el interior de un conductor en el cual observamos un tubo de espesor dx por cuya sección longitudinal ds pasa un flujo diferencial $d\phi$ que abraza a la corriente que circula por el interior del círculo de radio x . Aplicando el principio antes mencionado obtendremos las siguientes expresiones:

$$\oint H \cdot ds = I \text{ (Amp. vuelta)} \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot x \cdot H_x = I_x \quad (5)$$

I_x = Corriente hasta una distancia x del centro del conductor

Suponiendo además una densidad de corriente constante resulta :

$$I_x = \frac{\pi \cdot x^2}{\pi \cdot r^2} \cdot I \text{ siendo } I \text{ la corriente total } \therefore \text{reemplazando en (5)} \quad 2 \cdot \pi \cdot x \cdot H_x = \frac{x^2}{r^2} \cdot I \quad (6)$$

Despejando de la (6) H_x y considerando que la permeabilidad se puede asemejar a la del aire, podemos escribir las siguientes expresiones:

$$H_x = \frac{x}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot I \quad (7) \quad \therefore B_x = \mu \cdot H_x = \frac{\mu \cdot x \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right] \quad (7)$$

En el tubo de espesor dx (Fig. 3) el flujo por unidad de longitud valdrá

$$d\phi = B_x \cdot ds = B_x \cdot dx \cdot 1 = \frac{\mu \cdot x \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot dx \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}} \right] \quad (8)$$

Este flujo diferencial es producido por una fracción de la corriente total, a su vez los enlaces de flujo $d\tau$ producidos por el flujo diferencial $d\phi$, dependerán de la relación de

secciones de los círculos de radios x y r es decir: $d\tau = \frac{\pi \cdot x^2}{\pi \cdot r^2} \cdot d\phi = \frac{\mu \cdot I \cdot x^3}{2 \cdot \pi \cdot r^4} \cdot dx \quad (9)$

Siendo $\mu = \mu_r \cdot \mu_0 = 1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Hy}}{\text{m}} \right]$

$$\tau_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mu \cdot I \cdot x^3}{2 \cdot \pi \cdot r^4} \cdot dx = \frac{\mu \cdot I}{8 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot I}{8 \cdot \pi} = \frac{I}{2} \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Wb.vuelta}}{\text{m}} \right] \quad (10)$$

Teniendo en cuenta la (4) podemos obtener de la (10) la inductancia interna del conductor

$$L_{\text{int}} = \frac{\tau_{\text{int}}}{I} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Hy}}{\text{m}} \right] \quad (11)$$

Vemos que la inductancia interna es constante e independiente de la geometría del conductor. No obstante debemos aclarar que los conductores en general están contruidos con materiales no magnéticos donde la permeabilidad a considerar es la del aire, pero si se tratara de un conductor magnético, habrá que tener en cuenta su permeabilidad relativa y en tal caso la inductancia interna valdrá:

$$L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \left[\frac{\text{Hy}}{\text{m}} \right] \quad (12)$$

Inductancia debida al flujo externo de un conductor

Para calcular la inductancia de un conductor debida al flujo externo al mismo, aplicaremos el principio antes mencionado y haremos la circulación del vector campo magnético a lo largo de una línea cerrada externa al conductor. En este caso debemos tener en cuenta que las líneas de campo concatenan a la totalidad de la corriente, por lo que hablar de flujo externo y de concatenaciones será numéricamente igual.

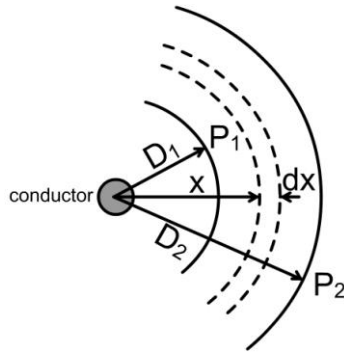


Fig. 4

$$2 \cdot \pi \cdot x \cdot H_x = I \quad \therefore H_x = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot x} \quad (13)$$

$$B_x = \mu \cdot H_x = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot x} \quad (14)$$

El flujo diferencial en el tubo de espesor dx será:

$$d\phi = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot x} \cdot dx \quad (15)$$

Los enlaces de flujo externos comprendidos entre los puntos P1 y P2, se obtienen integrando la (15) entre las distancias D1 y D2 que corresponden a los radios de las circunferencias que pasan por los puntos mencionados.

$$\tau_{1-2} = \int_{D1}^{D2} \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot x} dx = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{D2}{D1} \quad (16)$$

Finalmente la inductancia debida al flujo externo comprendido entre D1 y D2 será:

$$L_{1-2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D2}{D1} \quad (17)$$

Las expresiones (12) y (17) nos permiten calcular las inductancias internas y externas de un conductor por el que circula una corriente I. Aquí debemos aclarar que no se consideró la posible influencia de ningún otro conductor vecino que pudiera estar aportando campo magnético. Veremos a continuación distintos casos donde conductores vecinos aportan nuevas concatenaciones.

Inductancia de una línea bifilar monofásica

Analizaremos el caso de una línea bifilar compuesta por dos conductores por los que circulan corriente iguales y de sentido contrario, de manera tal que la suma de las corrientes en cada instante es nula (Fig. 5). Es decir $I_1 = -I_2$

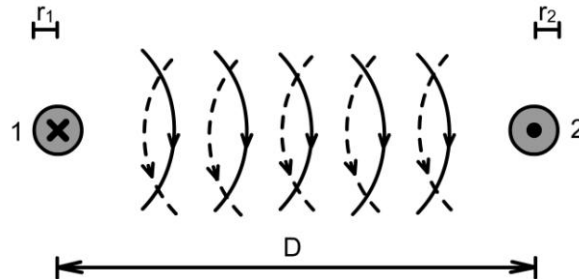


Fig. 5

Para calcular la inductancia total haremos una superposición de efectos. Comenzando con el conductor 1 tendremos las concatenaciones internas del conductor 1 mas las concatenaciones debidas al flujo externo hasta el límite de la distancia D al conductor 2, donde para distancias mayores a D ya no habrá concatenaciones ya que la suma de las corrientes $I_1 + I_2$ será nula. Igual criterio aplicaremos para el conductor 2.

En definitiva la inductancia total será la suma de las inductancias interna y externa de cada uno de los conductores.

$$L1 = L_{1-int} + L_{1-ext} = \frac{1}{2} 10^{-7} + 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r_1} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln e^{\frac{1}{4}} + \ln \frac{D}{r_1} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r_1 \cdot e^{\frac{1}{4}}}$$

$$L1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r_1} \quad (18) \quad \text{En igual forma podríamos calcular:}$$

$$L2 = L_{2-int} + L_{2-ext} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r_2}$$

En definitiva la inductancia total de la línea compuesta por los dos conductores 1 y 2 será:

$$LT = L1 + L2 = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{\sqrt{r'_1 \cdot r'_2}} \left[\frac{Hy}{m} \right] \quad (19)$$

La expresión (19) nos da la inductancia total de la línea en Hy por metro. La inductancia de cada uno de los conductores se calcula con las expresiones de L1 o L2.

En general los radios de los conductores de una línea bifilar son iguales es decir $r_1 = r_2 = r$ en este caso la inductancia total será:

$$L = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r} \left[\frac{Hy}{m} \right] \quad (20)$$

Enlaces de flujo de un conductor en un grupo

Hasta aquí hemos supuesto que los conductores de las líneas son macizos. En la práctica se utilizan cables formados por hebras dispuestas regularmente en capas. Para estudiar estos casos analizaremos primero las concatenaciones de flujo de un conductor inmerso en el campo magnético generado por si mismo y por un conjunto de conductores y de manera que la sumatoria de las corrientes sea nula (Fig. 6).

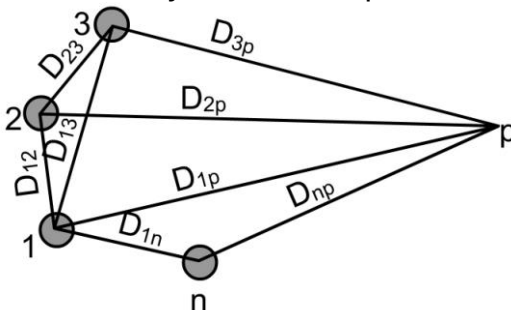


Fig. 6

La Fig. 6 nos muestra un conjunto de n conductores por los que circulan las corrientes $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ y un punto P más allá del cual; en principio; despreciaremos el flujo que pudieran aportar cualquiera de los conductores.

Las concatenaciones de flujo producidas por los n conductores hasta el punto P , las podemos calcular a partir de las expresiones (17) y (18).

$$\tau_{1-P} = 2 \cdot 10^{-7} (I_1 \cdot \ln \frac{D_{1-P}}{r_1} + I_2 \cdot \ln \frac{D_{2-P}}{D_{1-2}} + I_3 \cdot \ln \frac{D_{3-P}}{D_{1-3}} + \dots + I_n \cdot \ln \frac{D_{n-P}}{D_{1-n}}) \quad (21)$$

Si desarrollamos la expresión (21) en términos de logaritmo de un producto, por ejemplo para el término n sería:

$$I_n \cdot \ln D_{n-P} - I_n \cdot \ln D_{1-n}$$

Además si reemplazamos $I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1})$

Finalmente si hacemos tender el punto P hacia el infinito, en cuyo caso las distancias $D_{1P} = D_{2P} = \dots = D_{nP}$ son todas prácticamente iguales. Resulta la siguiente expresión general de las concatenaciones de flujo de un conductor inmerso en un conjunto de n conductores.

$$\tau_{1-P/P \rightarrow \infty} = \tau_1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot (I_1 \cdot \ln \frac{1}{r_1} + I_2 \cdot \ln \frac{1}{D_{1-2}} + I_3 \cdot \ln \frac{1}{D_{1-3}} + \dots + I_n \cdot \ln \frac{1}{D_{1-n}}) \quad (22)$$

Inductancia de líneas formadas por cables

Analizaremos a continuación una línea monofásica formada por dos cables X e Y con n y m conductores respectivamente.

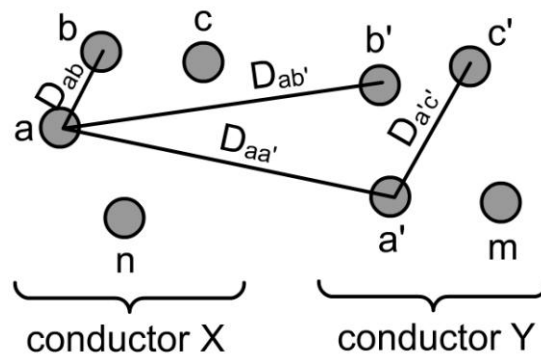


Fig. 7

Las concatenaciones del conductor a del cable X , teniendo en cuenta todos los conductores de X e Y será:

$$\tau_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{n} \cdot (\ln \frac{1}{r_a} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}}) - 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{m} \cdot (\ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}})$$

$$\tau_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \cdot \dots \cdot D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot \dots \cdot D_{an}}}$$

Dividiendo miembro a miembro por $\frac{I}{n}$, tendremos por definición la inductancia del conductor (hebra) a, es decir:

$$L_a = \frac{\tau_a}{\frac{I}{n}} = 2 \cdot n \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot \dots \cdot D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot \dots \cdot D_{an}}} \quad (23)$$

En igual forma podríamos calcular la inductancia de las hebras b, c, ... n ($L_a, L_b, \dots, L_n$) La inductancia del cable X es decir del conjunto de hebras en paralelo a, b, c, ..., n la podemos calcular a partir de la inductancia promedio de todas las hebras es decir:

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n} \quad \therefore L_x = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n^2} \quad (24)$$

Reemplazando por los respectivos valores de las inductancias de cada hebra resultará la siguiente expresión:

$$L_x = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[m \cdot n]{(D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot \dots \cdot D_{am}) \cdot (D_{ba'} \cdot D_{bb'} \cdot \dots \cdot D_{bm}) \cdot \dots \cdot (D_{na'} \cdot D_{nb'} \cdot \dots \cdot D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot \dots \cdot D_{an}) \cdot (D_{ba} \cdot D_{bb} \cdot \dots \cdot D_{bn}) \cdot \dots \cdot (D_{na} \cdot D_{nb} \cdot \dots \cdot D_{nn})}} \quad (25)$$

En la (25) hemos reemplazado los radios medios geométricos propios de cada conductor a, b, c, ..., n ($r'_a, r'_b, \dots, r'_n$) por las expresiones $D_{aa}, D_{bb}, \dots, D_{nn}$ simplemente para homogeneizar la escritura.

Si observamos la expresión 25 podemos ver que el numerador es una media geométrica de las distancias de las hebras del conductor X con respecto al Y. A su vez el denominador es una media geométrica de las distancias entre las hebras del conductor X. Por lo tanto la podemos reemplazar por la siguiente expresión final:

$$L_x = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} \left[\frac{H_y}{m} \right] \quad (26)$$

Donde: D_m =Distancia media geométrica mutua entre las hebras del conductor X e Y
 D_s = Distancia media geométrica entre las hebras del conductor X

Finalmente la inductancia total de la línea monofásica será $L_t = L_x + L_y$.

Normalmente los cables X e Y son iguales, por lo que la inductancia total será el doble de L_x ; $L_t = 2 \cdot L_x$

Inductancia de líneas trifásicas

Aquí debemos distinguir dos tipos de líneas. Con disposición simétrica y con disposición asimétrica.

Las primeras no necesitan transposiciones para equilibrar sus parámetros, en cambio las asimétricas deben ser transpuestas a lo largo de su recorrido.

Líneas con disposición simétrica

Imaginemos una línea formada por conductores macizos, ubicados como los vértices de un triángulo equilátero (Fig. 8), por los cuales circulan las corrientes I_a , I_b , I_c , de manera que su suma sea igual a cero en cada instante, es decir se trata de una línea equilibrada, $I_a + I_b + I_c = 0$

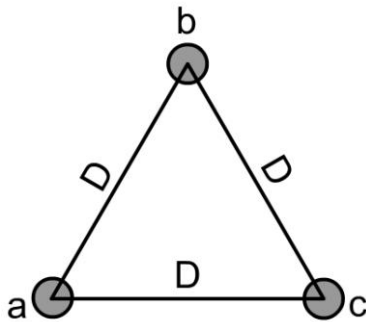


Fig. 8

Línea trifásica con disposición simétrica

De acuerdo a la expresión (22) que nos permite calcular las concatenaciones de flujo de un conductor inmerso en el campo magnético propio y de otros, podemos escribir:

$$\tau_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D} \right) \left[\frac{\text{Wb.vuelta}}{\text{m}} \right] \quad (27)$$

De la condición de equilibrio de corrientes, podemos obtener: $I_a = -(I_b + I_c)$ luego factorizando el 2º y 3º término de la (27) y reemplazando $I_b + I_c = -I_a$ tendremos

$$\tau_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r} - I_a \cdot \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{D}{r} \quad (28)$$

Aplicando la definición de inductancia: $L_a = \frac{\tau_a}{I_a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D}{r} \left[\frac{\text{Hy}}{\text{m}} \right] \quad (29)$

La expresión (29) nos da la inductancia por fase de una línea trifásica con disposición simétrica.

Líneas con disposición asimétrica

Como dijimos anteriormente, en una línea con disposición asimétrica las concatenaciones de flujo no son iguales para todos los conductores. Esta situación puede superarse haciendo que cada conductor recorra un tercio de la longitud de la línea en cada posición de manera que el promedio de inductancias en las tres posiciones resulte igual para las tres fases.

La Fig. 9 muestra el ciclo de transposiciones a lo largo del recorrido de la línea. En la misma puede observarse que las fases salen y arriban al final del recorrido en la misma posición, lo cual nos obliga a realizar transposiciones en tres lugares. Una alternativa sería trasponer en dos lugares pero la salida y arribo de las fases sería en distinta ubicación.

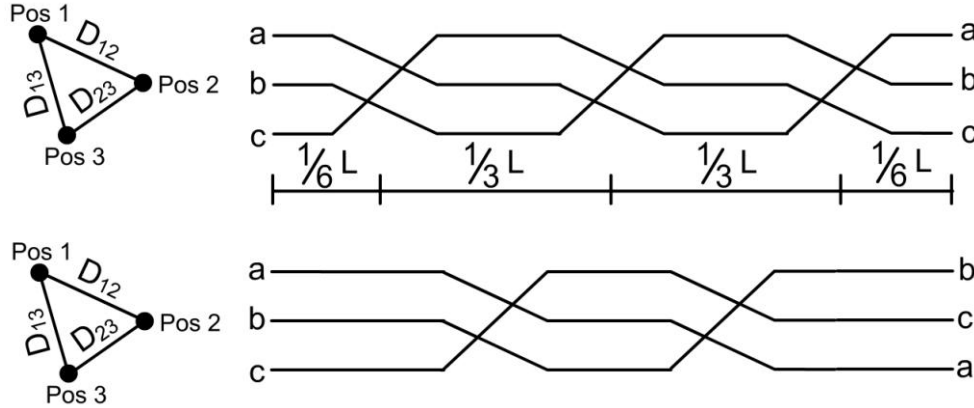


Fig. 9

Una ventaja adicional de la transposición es la no interferencia sobre otras líneas que pudieran correr paralelas a las líneas de energía.

Haciendo referencia a la Fig. 9, calcularemos las concatenaciones de flujo; por ejemplo de la fase a; para cada posición del ciclo de transposiciones y luego haremos el promedio, el cual será igual para las otras dos fases (b y c).

Con a en posición 1, con b en posición 2, con c en posición 3, aplicando la (22), tendremos:

$$\tau_{a-1} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{12}} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D_{13}} \right)$$

Con a en posición 2, con b en posición 3 y con c en posición 1, aplicando la (22) tendremos:

$$\tau_{a-2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{23}} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D_{12}} \right)$$

Con a en posición 3, con b en posición 1 y c en posición 2, aplicando la (22) tendremos:

$$\tau_{a-3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(I_a \cdot \ln \frac{1}{r'} + I_b \cdot \ln \frac{1}{D_{31}} + I_c \cdot \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

El promedio de los enlaces de flujo a lo largo del ciclo de transposiciones será:

$$\tau_a = \frac{\tau_{a-1} + \tau_{a-2} + \tau_{a-3}}{3} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-7} \cdot \left((3 \cdot I_a \cdot \ln \frac{1}{r'}) - I_a \cdot \ln \frac{1}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot I_a \cdot \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}}{r'}$$

La raíz cúbica de las tres distancias D12, D13 y D23 es la media geométrica de las distancias entre fases, por lo que la expresión final de la inductancia será:

$$L_a = \frac{\tau_a}{I_a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \left[\frac{Hy}{m} \right] \quad (30) \quad \text{donde} \quad D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} \\ D_s = r'$$

Observando las expresiones (29) y (30), vemos que son similares excepto que en la (29) la distancia D es la única entre fases, mientras que en la (30) la distancia a considerar es la media geométrica de las tres distancias entre fases (D12, D13, D23). También hemos reemplazado r' por Ds, generalizando de este modo al radio medio geométrico propio de cada conductor por el radio medio geométrico de cada fase (Ds).

Líneas trifásicas de circuitos paralelos

Si bien el tratamiento matemático es similar, aquí debemos distinguir entre circuitos paralelos debidos al uso de sub conductores por fase y circuitos paralelos por tratarse de dos líneas en paralelo (Doble terna). Analizaremos en primer término una doble terna formada por las fases a, b, c y a', b', y c'. Las fases de cada una de las ternas se trasponen como se indica en la Fig. 10 y de manera que las fases homólogas (a y a', b y b', c y c') permanezcan lo mas alejadas posible. Esta forma de trasponer tiene por finalidad aumentar el valor de Ds en la expresión (30) de manera de disminuir la inductancia total.

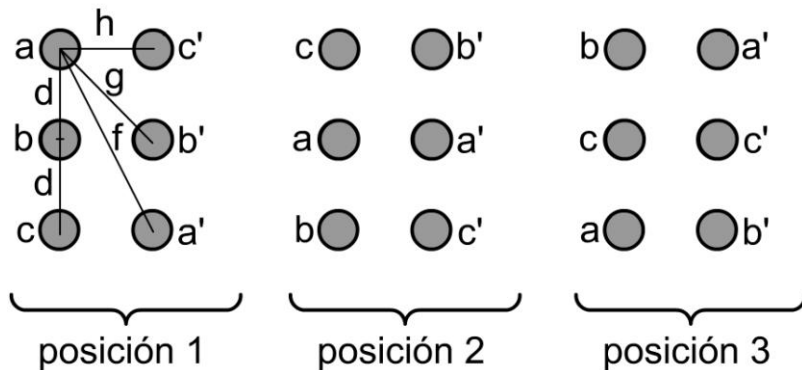


Fig.10

Para calcular la inductancia total de la doble terna aplicaremos la (30) considerando que la fase A esta formada por a y a', B por b y b' y C por c y c', resultando en consecuencia:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{AB} \cdot D_{BC} \cdot D_{AC}} \quad (31) \quad \text{donde } D_{AB} = \text{DMG entre las fases A y B}$$

$$\text{Por lo tanto } D_{AB} = \sqrt[4]{d \cdot g \cdot d \cdot g} = \sqrt{d \cdot g}$$

$$\text{En igual forma } D_{BC} = \sqrt[4]{d \cdot g \cdot d \cdot g} = \sqrt{d \cdot g} \quad \text{también } D_{AC} = \sqrt[4]{2 \cdot d \cdot h \cdot 2 \cdot d \cdot h} = \sqrt{2 \cdot d \cdot h}$$

La D_{eq} se calcula en cualquiera de las posiciones del ciclo por cuanto da lo mismo. Con respecto a D_s , podemos observar que todas las fases tendrán el mismo D_s , pero este varía según la posición, por lo que el D_s a considerar será la media geométrica de los D_s correspondientes a cada posición, es decir:

$$D_S = \sqrt[3]{D_{S1} \cdot D_{S2} \cdot D_{S3}} \quad (32)$$

Siendo:

$$D_{S1} = \sqrt[4]{r' \cdot f \cdot r' \cdot f} = \sqrt{r' \cdot f} \quad \text{En igual forma: } D_{S2} = \sqrt{r' \cdot h} \quad \text{también } D_{S3} = \sqrt{r' \cdot f}$$

Reemplazando en (31) y (32), tendremos los valores de D_{eq} y D_s y finalmente aplicando la (30) tendremos la inductancia de la fase A (a y a') o de las fases B o C. Si quisiéramos la inductancia por fase de una sola terna, tengamos en cuenta que ambas están en paralelo por lo que el valor para una terna será el doble.

$$L_A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{2^{1/6} \cdot d^{1/2} \cdot g^{1/3} \cdot h^{1/6}}{(r')^{1/2} \cdot f^{1/3} \cdot h^{1/6}} \left[\frac{\text{Hy}}{\text{m}} \right] \quad (33)$$

Veamos ahora una línea trifásica formada por dos sub conductores por fase, como es el caso de nuestras líneas de 220 Kv y analicemos como aplicar la expresión (30)

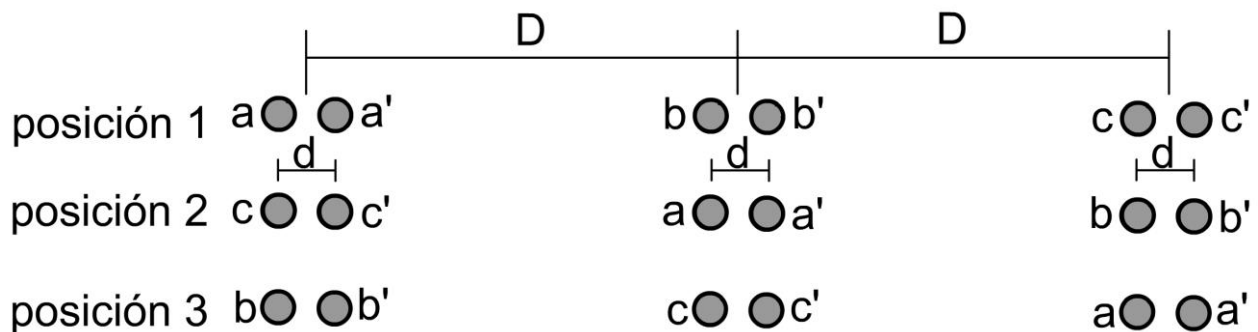


Fig. 11

En este caso la D_{eq} será:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{AB} \cdot D_{BC} \cdot D_{AC}} =$$

$$D_{AB} = \sqrt[4]{d_{ab} \cdot d_{ab'} \cdot d_{a'b} \cdot d_{a'b'}} \cong D$$

$$\text{también } D_{BC} \cong D \text{ y } D_{AC} \cong 2D \therefore D_{eq} = \sqrt[3]{D \cdot D \cdot 2 \cdot D} = D \cdot \sqrt[3]{2}$$

Con respecto a D_s observemos que al efectuar las transposiciones, la posición relativa de los sub conductores a y a' o b y b' o c y c' permanece inalterable es decir que el D_s será el mismo en cualquier posición del ciclo.

$$D_S = D_{S1} = D_{S2} = D_{S3} = \sqrt[4]{r'_a \cdot d_{aa'} \cdot r'_{a'} \cdot d_{a'a}} = \sqrt{r' \cdot d}$$

Reemplazando en la (30) tendremos la inductancia de línea con sub conductores.

$$L_A = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt{r' \cdot d}} \left[\frac{\text{Hy}}{\text{m}} \right] \quad (34)$$

La (34) nos da la inductancia por fase de una línea con dos sub conductores por fase.

Finalmente debemos aclarar que en su forma mas general la expresión (30) se aplica a líneas formadas por sub conductores o doble ternas, donde cada uno de ellos son cables, lo que significa que debemos considerar el RMG de cada cable en lugar del r' .

Capacidad de Líneas

La diferencia de potencial entre dos conductores de una línea, hace que estos se carguen como las placas de un condensador. En el caso de líneas de corriente alterna los conductores se cargan y descargan de acuerdo con los valores instantáneos de la tensión en cada punto.

Tal como vimos en la introducción, las capacidades a tener en cuenta en los estudios dinámicos, son las capacidades entre conductores y las capacidades a tierra. Ambas se pueden representar por una capacidad que llamamos “Capacidad de servicio” y que resulta de hacer el paralelo de ambas. Este hecho se justifica admitiendo que en caso de funcionamiento simétrico el potencial de tierra y el potencial del centro de estrella de las capacidades equivalentes a las capacidades entre fases, son iguales.

La importancia de la capacidad se pone de manifiesto de acuerdo a la potencia reactiva que su presencia genera. Por ejemplo en las líneas de 132 kV la capacidad de las líneas; cuyo valor esta en el orden de los $8 \frac{nF}{km}$; absorbe una potencia reactiva del

orden de los $50 \frac{kVA}{km}$. En los estudios dinámicos la capacidad de las líneas cobra importancia a partir de longitudes de 80 km . Es decir para longitudes menores la capacidad puede ser despreciada.

La capacidad de las líneas, tal como veremos depende de la geometría o disposición de los conductores en el espacio, lo que a su vez es función de los niveles de tensión.

Campo eléctrico de un conductor de gran longitud

Las líneas de campo eléctrico nacen en la superficie donde se encuentran las cargas y son normales a esta (Fig. 1). Suponiendo un conductor cilíndrico de longitud infinita, la densidad de cargas por unidad de longitud valdrá:

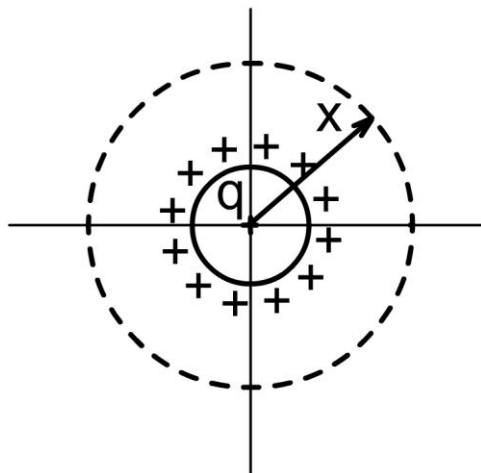


Fig. 1

$$D = \frac{q}{2\pi X} \quad (1) \quad \text{donde } q = \text{Carga por unidad de longitud en Coulomb}$$

X = Distancia desde el centro del conductor al punto donde analizamos la densidad de cargas.

La intensidad de campo eléctrico (Fuerza por unidad de carga), valdrá:

$$E = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot x \cdot k} \left[\frac{V}{m} \right] \quad (2) \quad \text{donde } k = \text{Es la constante dieléctrica del medio.}$$

Tomando como referencia el vacío donde la constante vale $K_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \left[\frac{F}{m} \right]$

$$\text{Tendremos: } k_r = \frac{k}{K_0} \Rightarrow k = K_r \cdot K_0 \quad (3)$$

El líneas de alta tensión, donde los conductores están al aire, $k_r = 1$, por su parte en líneas subterráneas la constante dieléctrica k_r dependerá del aislante utilizado y será un número comprendido entre 2 y 5.

Diferencia de potencial entre dos puntos debida a la presencia de una carga

Recordando que la diferencia de potencial entre dos puntos P1 y P2 (Fig 2) que están bajo la influencia del campo eléctrico creado por una carga, es igual numéricamente al trabajo necesario para desplazar la carga unitaria entre esos dos puntos, podemos escribir:

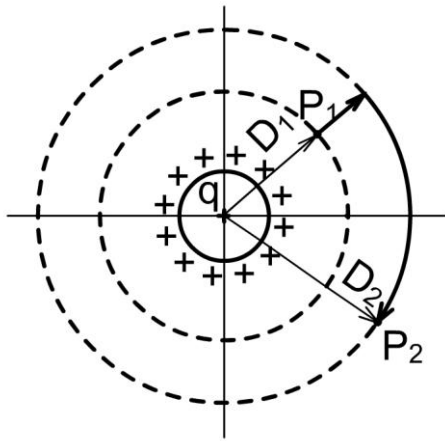


Fig. 2

$$V_{12} = \int_{D1}^{D2} E \cdot dx = \int_{D1}^{D2} \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot x} \cdot dx = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{D2}{D1} \quad [V] \quad (4)$$

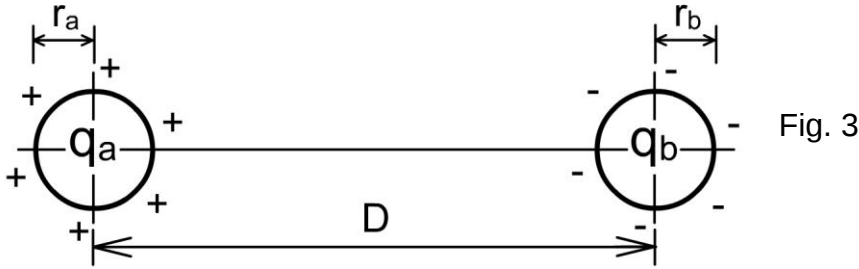
La Fig. 2 nos muestra que en el camino de integración el trabajo se hace nulo al movernos sobre una superficie equipotencial por cuanto el vector intensidad de campo es perpendicular al camino a recorrer. Es decir el trabajo tendrá valor al pasar de una superficie equipotencial a otra.

Los signos de la expresión (4) pueden ser positivo o negativo dependiendo del signo de q y de que $D2$ sea mayor o menor que $D1$. Si por ejemplo q es positiva, $D2 > D1$ y en el punto P1 la carga a desplazar es positiva, el trabajo para desplazar a la carga de P1 a

P2 será negativo (Caída de potencial). Por el contrario si la carga a desplazar estuviera en P2 y hubiera que desplazarla hasta P1, el trabajo a realizar sería positivo.

Capacidad de una línea bifilar

Imaginemos una línea formada por dos conductores de radios distintos y separados una distancia D (Fig.3). En este caso se define la capacidad como la carga de los conductores por unidad de diferencia de potencial entre ellos. $c = \frac{q}{V} \left[\frac{F}{m} \right]$ (5)



Si reemplazamos V por la expresión calculada en (4), obtendríamos la capacidad teniendo en cuenta la carga de cada uno de los conductores a y b. Para ello aplicaremos el principio de superposición es decir calcularemos la diferencia de potencial entre a y b considerando la carga a y luego la de b.

$$V_{ab/q_a} = \frac{q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{D}{r_a} \quad \text{también} \quad V_{ab/q_b} = \frac{q_b}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{r_b}{D}$$

Siendo $q_a = -q_b$, tendremos finalmente la diferencia de potencial total entre a y b será:

$$V_{ab} = V_{ab/q_a} + V_{ab/q_b} = \frac{q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \left[\ln \frac{D}{r_a} - \ln \frac{r_b}{D} \right] = \frac{q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{D^2}{r_a \cdot r_b} \quad (6)$$

De acuerdo a la (5) tendremos:

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{\ln \frac{D^2}{r_a \cdot r_b}} \left[\frac{F}{m} \right] \quad (7)$$

Normalmente los conductores son iguales es decir $r_a = r_b = r$, en consecuencia la capacidad será:

$$C_{ab} = \frac{\pi \cdot k}{\ln \frac{D}{r}} \quad (8)$$

Reemplazando $k = K_0$ y pasando de logaritmo natural a decimal y pasando a $\frac{\mu \cdot F}{km}$ resulta:

$$C_{ab} = \frac{\pi \cdot \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \cdot 10^9}{\log \frac{D}{r}} = \frac{0,01206}{\log \frac{D}{r}} \left[\frac{\mu F}{km} \right] \quad (9)$$

La (9) da la capacidad entre dos conductores de una línea bifilar.

Si nos interesara la capacidad respecto al neutro (En caso de alimentar nuestra línea desde un transformador con punto medio a tierra Fig. 4), la capacidad aumentará al doble de C_{ab} ya que la tensión disminuye a la mitad. A esta capacidad la designaremos como C_{an} o C_{bn} .

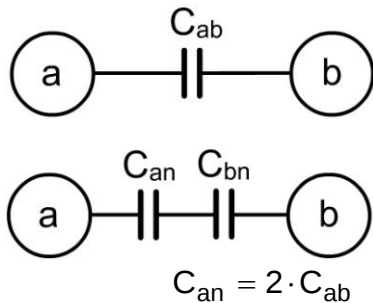


Fig. 4 $C_{an} = C_{bn} = \frac{0,02413}{\log \frac{D}{r}} \left[\frac{\mu F}{km} \right] \quad (10)$

Las expresiones (9) y (10) no son rigurosamente exactas pues se supuso que las cargas se distribuyen uniformemente sobre las superficies de los conductores, lo cual no es exacto. De cualquier manera el error que se comete al utilizar estas expresiones es muy pequeño, sobre todos cuando se trata de relaciones D/r grandes. De igual forma en el caso de utilizar cables en lugar de conductores macizos el error no supera el 1% .

Capacidad de líneas trifásicas

La capacidad de líneas trifásicas se calcula a partir de la expresión (5), pero teniendo en cuenta que este caso hablaremos de diferencia de potencial respecto al neutro y carga de cada conductor.

Comenzaremos analizando la expresión genérica que nos da la diferencia de potencial entre dos conductores inmersos en el campo eléctrico creado por n conductores Fig. 5.

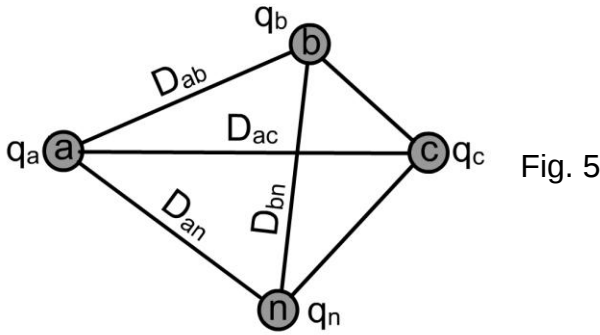


Fig. 5

Supondremos que la carga resultante de todas las cargas es nula esto es $\sum_{i=1}^{i=n} q_i = 0$

La diferencia de potencial entre los conductores a y b será:

$$V_{ab} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \left(q_a \cdot \ln \frac{D_{ab}}{r_a} + q_b \cdot \ln \frac{r_b}{D_{ba}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{cb}}{D_{ca}} + \dots + q_n \cdot \ln \frac{D_{nb}}{D_{na}} \right) \quad (11)$$

Cada término de la (11), representa el aporte a la diferencia de potencial creada entre los conductores a y b por causa de la carga $q_a, q_b, q_c, \dots, q_n$

En forma semejante se podrá calcular $V_{ac}, V_{bc}, \dots, V_{an}$, expresiones con las que podremos obtener la capacidad respecto al neutro de líneas trifásicas.

Capacidad de líneas trifásicas con disposición simétrica

Sea la línea trifásica con disposición simétrica indicada en la Fig. 6

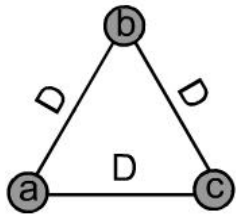


Fig. 6

Línea trifásica simétrica

A partir de la expresión (11) calcularemos las diferencias de potencial V_{ab} y V_{ac} resultando:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \left(q_a \cdot \ln \frac{D}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D} + q_c \cdot \ln \frac{D}{D} \right) [V] \\ V_{ac} &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \left(q_a \cdot \ln \frac{D}{r} + q_b \cdot \ln \frac{D}{D} + q_c \cdot \ln \frac{r}{D} \right) [V] \end{aligned} \quad (12)$$

Sumando las diferencias de potencial V_{ab} y V_{ac} resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot [2 \cdot q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \cdot \ln \frac{r}{D}] \text{ pero como } q_b + q_c = -q_a \text{ resulta:}$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3 \cdot q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{D}{r} \quad (13)$$

La expresión (13) es la expresión de la suma de las diferencias de potencial $V_{ab} + V_{ac}$ a partir de la geometría de la línea. Veamos a continuación cuanto da esa misma suma a partir del diagrama vectorial de tensiones de la Fig.7, el cual corresponde a la terna de tensiones simétricas y equilibradas con las que alimentamos a la línea trifásica.

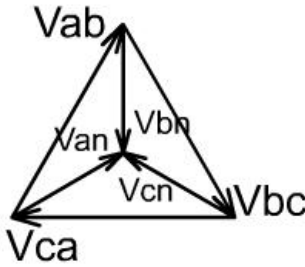


Fig. 7

$$V_{ab} = \sqrt{3} \cdot V_{an} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) \text{ también } V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3} \cdot V_{an} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) \therefore V_{ab} + V_{ac} = 3 \cdot V_{an} \quad (14)$$

Igualando las expresiones (13) y (14) resulta:

$$3 \cdot V_{an} = \frac{3 \cdot q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{D}{r} \therefore V_{an} = \frac{q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{D}{r} \quad (15)$$

Aplicando la definición de capacidad (5), resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{\ln \frac{D}{r}} \left[\frac{F}{m} \right] \quad (16)$$

Reemplazando en la (16) la constante k por K_0 , pasando de ln a log y llevando a $\frac{\mu F}{km}$, resulta:

$$C_{an} = \frac{0,0241}{\log \frac{D}{r}} \frac{\mu F}{km} \quad (17)$$

La expresión (17) nos da la capacidad respecto al neutro de cualquiera de las fases de una línea trifásica con disposición simétrica.

Capacidad de líneas trifásicas con disposición asimétrica

Cuando los conductores están dispuestos en forma asimétrica, la capacidad de cada uno de ellos respecto del neutro es diferente. Para solucionar este inconveniente se hacen transposiciones a lo largo del recorrido de la línea. Evidentemente la capacidad en cada posición del ciclo de transposiciones será diferente, pero el valor medio de la capacidad de cada conductor será el mismo.

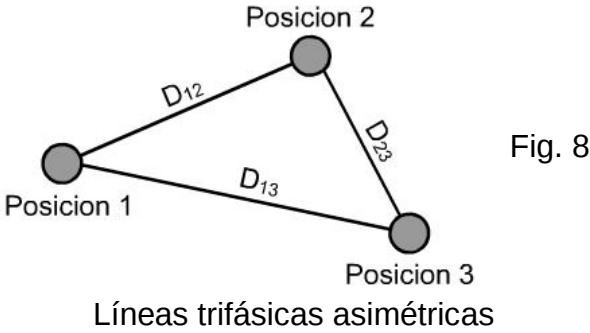


Fig. 8

La Fig. 8 nos muestra una de la tres configuraciones posibles en las que pueden estar cada fase.

Calcularemos en consecuencia la capacidad media de la fase “a”, por ejemplo, haciendo que ésta ocupe las tres posiciones posibles a lo largo del recorrido.

Con la fase “a” en la posición 1, la fase “b” en la posición 2 y la fase “c” en la posición 3, aplicando la (11) resulta:

$$V_{ab/1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{23}}{D_{31}}) [V] \quad (18)$$

Con la fase “a” en la posición 2, la fase “b” en la posición 3 y la fase “c” en la posición 1 resulta:

$$V_{ab/2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{31}}{D_{12}}) [V] \quad (19)$$

Con la fase “a” en la posición 3, la fase “b” en la posición 1, y la fase “c” en la posición 2 resulta:

$$V_{ab/3} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot \ln \frac{D_{31}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{31}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{12}}{D_{23}}) [V] \quad (20)$$

La diferencia de potencial V_{ab} media será:

$$\bar{V}_{ab} = \frac{1}{3} \cdot (V_{ab/1} + V_{ab/2} + V_{ab/3}) \quad (21)$$

Si además suponemos que la carga de cada conductor es igual en cada posición del ciclo de transposición (Supuesto que no es rigurosamente exacto), reemplazando en (21) obtendremos la siguiente expresión:

$$\bar{V}_{ab} = \frac{1}{6 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot \ln \frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}{r^3} + q_b \cdot \ln \frac{r^3}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} + q_c \cdot \ln \frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}})$$

$$\bar{V}_{ab} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{eq}}) \quad (22)$$

$$\text{Siendo } D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}} \quad (23)$$

En forma análoga podemos obtener V_{ac} , resultando:

$$\bar{V}_{ac} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_c \cdot \ln \frac{r}{D_{eq}}) \quad (24)$$

Y teniendo en cuenta la expresión (14), obtendremos:

$$3 \cdot V_{an} = \bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (2 \cdot q_a \cdot \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \cdot \ln \frac{r}{D_{eq}} + q_c \cdot \ln \frac{r}{D_{eq}})$$

Pero como $q_a + q_b + q_c = 0$ resulta entonces

$$3 \cdot V_{an} = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot q_a \cdot \ln \frac{D_{eq}}{r} \quad (25)$$

Finalmente teniendo en cuenta la definición de capacidad (5), resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{\ln \frac{D_{eq}}{r}} \left[\frac{F}{m} \right] \quad (26)$$

Reemplazando k por K_0 , $\ln$ por $\log$ y expresando el resultado en $\left[\frac{\mu F}{km} \right]$ resulta:

$$C_{an} = \frac{0,0241}{\log \frac{D_{eq}}{r}} \left[\frac{\mu F}{km} \right] \quad (27)$$

La expresión (27) nos permite calcular la capacidad con respecto al neutro de cada fase de una línea trifásica con disposición asimétrica en la que se han hecho transposiciones.

A esta capacidad también se la suele nombrar como capacidad de servicio.

Efecto del suelo sobre la capacidad de las líneas trifásicas

Es sabido que el suelo influye en la capacidad de las líneas pues su presencia modifica el campo eléctrico entre conductores.

Para tomar en cuenta este fenómeno, aplicaremos el método de las imágenes, que consiste en remplazar a la tierra por un conductor imagen del conductor real, ubicado bajo tierra a una distancia igual a la del conductor real hasta la tierra. El conductor imagen tiene una carga de igual magnitud y signo contrario a la del conductor real.

El método puede ser aplicado a un sistema trifásico como el indicado en la Fig. 9.

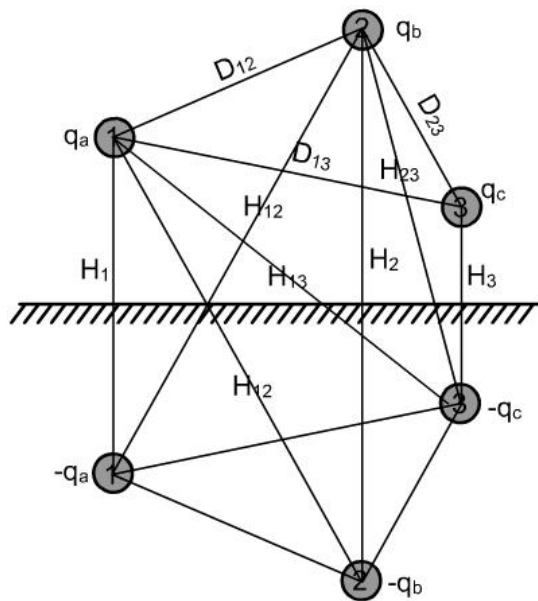


Fig. 9

Líneas trifásicas y su imagen

Para calcular la capacidad en este caso, se aplica el mismo método que utilizamos para las líneas con disposición asimétrica pero tomando en cuenta los conductores reales y las imágenes virtuales. El método consiste en calcular las diferencias de potencial V_{ab} y V_{ac} para las tres posiciones del ciclo de transposiciones y promediar dichos valores. Posteriormente se iguala la suma de $V_{ab} + V_{ac}$ obtenida por vía del análisis geométrico con la obtenida por vía del análisis del diagrama vectorial de tensiones. Para la disposición indicada en la figura 9; por la vía geométrica; obtendríamos las siguientes expresiones:

$$V_{ab} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot [q_a \cdot (\ln \frac{D_{12}}{r} - \ln \frac{H_{12}}{H_1}) + q_b \cdot (\ln \frac{r}{D_{12}} - \ln \frac{H_2}{H_{12}}) + q_c \cdot (\ln \frac{D_{23}}{D_{31}} - \ln \frac{H_{23}}{H_{31}})]$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a \cdot (\ln \frac{D_{13}}{r} - \ln \frac{H_{13}}{H_1}) + q_b \cdot (\ln \frac{D_{23}}{D_{12}} - \ln \frac{H_{23}}{H_{12}}) + q_c \cdot (\ln \frac{r}{D_{13}} - \ln \frac{H_3}{H_{31}}))$$

En igual forma calculamos estas tensiones para las otras dos posiciones, y promediando y sumando lo igualaríamos finalmente a la suma obtenida por vía del diagrama vectorial, esto es:

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 3V_{an} \quad (28)$$

De la igualdad (28), podemos finalmente despejar la capacidad respecto al neutro de una línea trifásica con disposición asimétrica teniendo en cuenta el efecto del suelo, resultando la siguiente expresión:

$$C_n = \frac{0,0241}{\log(\frac{D_{eq}}{r}) - \log \frac{\sqrt[3]{H_{12} \cdot H_{23} \cdot H_{13}}}{\sqrt[3]{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}}} \left[\frac{\mu F}{km} \right] \quad (29)$$

Comparando la (27) con la (29), podemos evaluar el efecto de introducir la presencia de la tierra. Como conclusión de dicha evaluación podemos decir que cuanto mayor sea la distancia de los conductores reales al suelo en relación con la distancia de separación entre ellos, menor será el efecto del suelo. En caso contrario observaremos un aumento de la capacidad C_n .

Capacidad de líneas trifásicas de circuitos paralelos o líneas con subconductores

Estudiaremos tres casos, pudiendo hacerse un estudio semejante para cualquier disposición, utilizando como metodología la misma que utilizamos para las líneas trifásicas simples con disposición simétrica o asimétrica.

Veamos a continuación el caso de una línea de doble terna con los conductores dispuestos como vértices de un hexágono regular (Fig. 10).

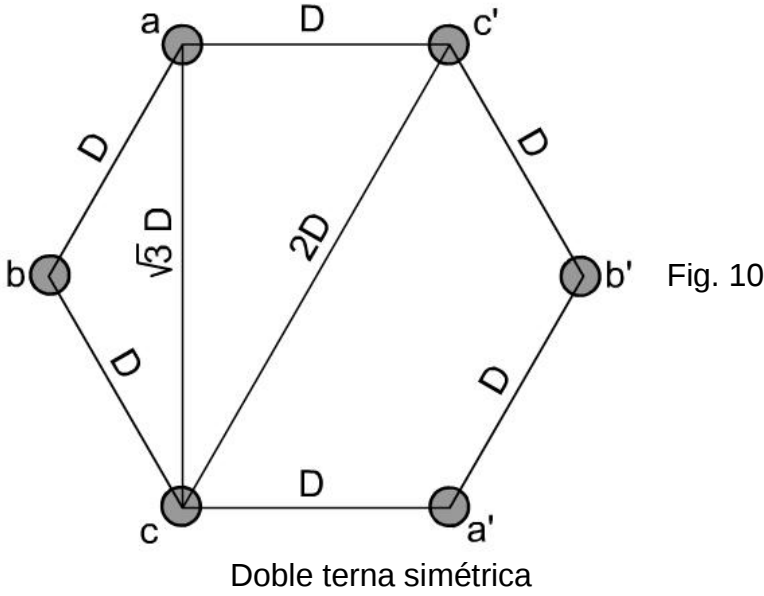


Fig. 10

Por tratarse de una disposición simétrica no necesita transposiciones, obteniéndose las siguientes expresiones:

$$V_{ab} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot [q_a \cdot (\ln \frac{D}{r} + \ln \frac{\sqrt{3}}{2}) + q_b \cdot (\ln \frac{r}{D} + \ln \frac{2}{\sqrt{3}}) + q_c \cdot (\ln \frac{1}{\sqrt{3}} + \ln \sqrt{3})]$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a - q_b) \cdot \ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2 \cdot r} \quad [V] \quad (30). \quad \text{De igual forma:}$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (q_a - q_c) \cdot \ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2 \cdot r} \quad [V] \quad (31)$$

Sumando (30) y (31), e igualando a $3 \cdot V_{an}$ tendremos:

$$V_{ab} + V_{ac} = 3 \cdot V_{an} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot (2 \cdot q_a - q_b - q_c) \cdot \ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2 \cdot r} \quad [V]$$

$$\text{Siendo: } q_a + q_b + q_c = 0 \text{ resulta: } 3 \cdot V_{an} = \frac{3 \cdot q_a}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2 \cdot r} \quad (32)$$

Teniendo en cuenta la definición de capacidad obtendremos:

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{\ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2 \cdot r}} \quad (33)$$

Reemplazando en la (33) la constante k por su valor correspondiente al vacío es decir para un $kr = 1$, transformando $\ln$ en $\log$ y llevando las unidades a $\frac{\mu F}{km}$ obtendremos finalmente:

$$C_n = \frac{0,0241}{\log \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2 \cdot r}} \left[\frac{\mu F}{km} \right] \quad (34)$$

La expresión (34) da la capacidad respecto al neutro de cada conductor de una de las fases. Si quisiéramos la capacidad de la fase completa la misma resultaría el doble de la calculada para cada conductor.

Capacidad de una doble terna convencional

Se trata de una doble terna con los conductores dispuestos asimétricamente como se indica en la Fig. 11. En la misma podemos observar las fases en las tres posiciones del ciclo de transposición.

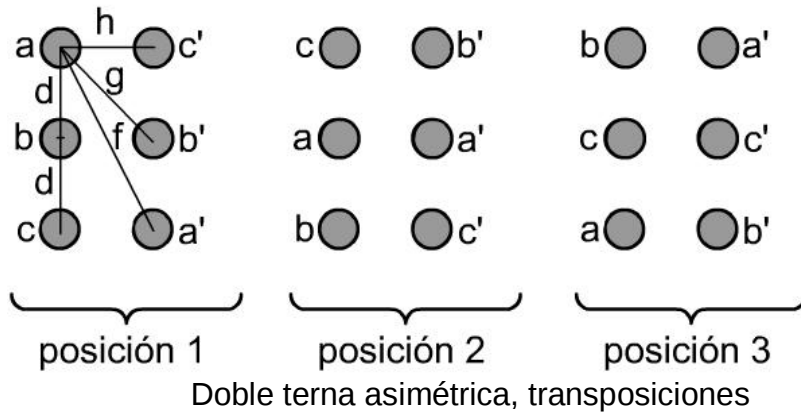


Fig. 11

Como puede observarse en la Fig. 11 las fases homólogas o los subconductores pertenecientes a la misma fase se trasponen de forma tal que permanezcan lo más alejados posible. Esta opción para trasponer hace disminuir la inductancia por fase pero aumenta la capacidad respecto al neutro.

Para el cálculo de la capacidad se utiliza el mismo método que el utilizado para las líneas trifásicas con disposición asimétrica. Esto es calcular V_{ab} y V_{ac} para las tres posiciones del ciclo y tomar el valor medio. Posteriormente a partir de la igualdad (28)

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 3 \cdot V_{an}$$

Podemos obtener la capacidad respecto al neutro de cada uno de los subconductores.

$$C_n = \frac{0,0241}{\log \left[\frac{\sqrt[3]{2}}{r} \cdot d \cdot \left(\frac{g}{f} \right)^{\frac{2}{3}} \right]} \left[\frac{\mu F}{km \cdot conductor} \right] \quad (35)$$

La capacidad del conjunto de los dos subconductores por fase respecto al neutro será el doble de lo indicado en la (35).

Un método alternativo para calcular la capacidad de las líneas de circuitos paralelos o con subconductores por fase es el de la distancia media geométrica modificada (D's). Para ello partimos de la expresión genérica para líneas trifásicas asimétricas (27) y reemplazamos r por D's resultando:

$$C_n = \frac{0,0241}{\log \frac{D_{eq}}{D'_S}} \left[\frac{\mu F}{km} \right] \quad (36)$$

Aplicando la (36) a la fig.11 obtendremos:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{AB} \cdot D_{BC} \cdot D_{AC}} \quad \text{donde } D_{AB} = \sqrt[4]{d \cdot g \cdot d \cdot g} = \sqrt{d \cdot g} = D_{BC}$$

$$D_{AC} = \sqrt[4]{2 \cdot d \cdot h \cdot 2 \cdot d \cdot h} = \sqrt{2 \cdot d \cdot h} \quad \therefore D_{eq} = \sqrt[3]{d \cdot g \cdot (2 \cdot d \cdot h)^{1/2}} \quad (37)$$

Por su parte D's será la media geométrica de las D's correspondientes a cada posición del ciclo, esto es:

$$D'_S = \sqrt[3]{D'_{S-1} \cdot D'_{-2} \cdot D'_{S-3}} \quad \text{donde : } D'_{S-1} = \sqrt{r \cdot f} = D'_{S-3} \quad D'_{-2} = \sqrt{r \cdot h} \quad \therefore D'_S = \sqrt[3]{r \cdot f \cdot (r \cdot h)^{1/2}} \quad (38)$$

Reemplazando (37) y (38) en (36) y multiplicando y dividiendo por 2 obtenemos:

$$C_n = 2 \cdot \frac{0,0241}{\log \left[\frac{\sqrt[3]{2}}{r} \cdot d \cdot \left(\frac{g}{f} \right)^{2/3} \right]} \left[\frac{\mu F}{km \cdot fase} \right] \quad (39)$$

La expresión (39) nos da la capacidad respecto al neutro por fase (dos subconductores) de la línea de la figura 11. Esto demuestra que el método de la DMG modificada es aplicable a las líneas con subconductores o de circuitos paralelos.

Debe aclararse que las expresiones obtenidas por los dos métodos son aproximadas por cuanto se supuso una distribución de cargas uniforme sobre los conductores, como así mismo se supuso que cada conductor tiene la misma carga en cualquier posición del ciclo y por haber despreciado el efecto del suelo. De cualquier manera estas diferencias son despreciables en la mayoría de las líneas aéreas.

NOTA: Verificación del denominador de la expresión (39) (ver Fig.11)

$$\log \frac{D_{eq}}{D'_S} = \log \frac{\sqrt[3]{d \cdot g \cdot (2 \cdot dh)^{1/2}}}{\sqrt[3]{r \cdot f \cdot (r \cdot h)^{1/2}}} = \log 3 \sqrt[3]{\frac{d \cdot g \cdot (2 \cdot dh)^{1/2}}{r \cdot f \cdot (r \cdot h)^{1/2}}} =$$

$$\frac{2}{2} \cdot \log 3 \sqrt[3]{\frac{d^{3/2} \cdot g \cdot 2^{1/2}}{r^{3/2} \cdot f}} = \frac{1}{2} \cdot \log \left[\left(\frac{g}{f} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{d}{r} \right)^{3/2 \cdot 2/3} \cdot 2^{1/2 \cdot 1/2 \cdot 2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \log \left[\frac{\sqrt[3]{2}}{r} \cdot d \cdot \left(\frac{g}{f} \right)^{2/3} \right]$$

CARACTERÍSTICAS DE CONDUCTORES NORMALES DE ALUMINIO ACERO SEGUN NORMAS ALEMANAS DIN VDE 8204

SECCION	ALMA DE ACERO				CUBIERTA DE ALUMINIO			Sección Total	Relación de secc.	Peso promedio		Peso Total	Resist Ohmica	Sección Equival de Cobre	Carga de Rotura
	Cada Alambre		Cable de Acero		Alambres										
	Cantidad	Diametro	Diametro	Sección	Cantidad	Diametro	Sección			Acero	Aluminio				
mm ²		mm	mm	mm ²		mm	mm ²	Kg/km	Kg/km	Kg/km	Kg/km	a 20 °C	Ω/km	mm ²	Kg
16	1	1,8	1,8	2,55	6	1,8	15,3	6	6	20	42,5	62,5	1,875	9,5	525
25	1	2,25	2,25	4	6	2,25	23,8	6	6	31	66,5	97,5	1,205	14,8	820
35	1	2,7	2,7	5,7	6	2,7	34,3	6	6	45	95,5	141	0,837	21,3	1175
50	1	3,2	3,2	8	6	3,2	48,3	6	6	63	134	197	0,594	30	1605
70	7	1,45	4,35	11,6	26	1,8	66,2	11,6	5,72	93,5	184	278	0,434	41,2	2325
95	7	1,65	4,95	15	26	2,1	90	13,4	6,02	121	250,5	372	0,319	56	3080
120	7	1,95	5,85	20,9	26	2,45	122,6	15,7	5,86	169	341	510	0,234	76,2	4245
150	7	2,15	6,45	25,1	26	2,7	148,9	17,3	5,86	205,5	414	620	0,193	93	5160
185	7	2,4	7,2	31,7	26	3	183,6	19,2	5,8	256	511	767	0,166	114	6230
210	7	2,55	7,65	35,5	26	3,2	209,1	20,5	5,85	289	561,5	871	0,137	130	7070
240	7	2,7	8,1	40,1	26	3,4	236	21,7	5,89	324,5	656	981	0,121	147	7940
300	7	3	9	49,5	26	3,8	294,9	24,2	5,96	400	620	1220	0,097	183	9860

NOTAS: 1) Según estas Normas la denominación del conductor corresponde a la sección nominal de la cubierta de Aluminio. 2) El paso de los torzales es de 11 a 14 veces del diámetro del cable, la dirección del paso en los cables cuya cubierta esta compuesta de varios torzales, es alternada y en este caso el torzal exterior debe tener torcido derecho. 3) Formación del alma de acero:Conductores de 16 hasta 50mm2 tienen un alambre y de 70 hasta 300 mm2 tienen 1+6=7 alambres. 4) Formación de la cubierta de aluminio: Conductores de 16 hasta 50 mm2 deberan tener la cubierta compuesta de 6 alambres (1 torzal) y de 70 hasta 300 mm2 la cubierta debera tener de 10+16=26 alambres (2 torzales). PREMISAS: 1)[Conductividad electrica del aluminio(valor mínimo) 34,6 mohm mm2, 3)Carga de rotura del conductor se toma el 50% de la suma de las cargas de rotura de cada alambre.

NOTAS: 1) Según estas Normas la denominación del conductor corresponde a la sección nominal de la cubierta de Aluminio. 2) El peso de los torzales es de 11 a 14 veces del diámetro del cable, la dirección del paso en los cables cuya cubierta esta compuesta de varios torzales, es alternada y en este caso el torzal exterior debe tener torcido derecho. 3) Formación del alma de acero: Conductores de 16 hasta 50 mm² tienen un alambre y de 70 hasta 300 mm² tienen 1+6=7 alambres. 4) Formación de la cubierta de aluminio: Conductores de 16 hasta 50 mm² deberán tener la cubierta compuesta de 6 alambres (1 torzal) y de 70 hasta 300 mm² la cubierta deberá tener de 10+16=26 alambres (2 torzales). PREMISAS: 1) Conductividad eléctrica del aluminio (valor mínimo) 34,6 mohm mm², 3) Carga de rotura del conductor se toma el 50% de la suma de las cargas de rotura de cada alambre.

Cátedra Transmisión de la Energía Eléctrica

RESISTENCIA

Los conductores utilizados en líneas pueden ser de cobre, aluminio, aleaciones, conductores de aluminio con alma de acero y conductores especiales.

Como veremos, este parámetro tiene un valor definido para corriente continua y varía con la temperatura, además del incremento que sufre como consecuencia del tendido de las líneas (aumento de la longitud por la catenaria y el cableado).

En corriente alterna la resistencia se incrementa por el efecto skin.

Las características principales de estos materiales son las siguientes:

Cobre recocido

$$\rho = 0,0174 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\text{Pe} = 8,89 \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{234,5} = 0,00427 \quad (\text{ta} = -234,5^\circ\text{C})$$

Cobre duro estirado en frío

$$\rho = 0,01772 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\text{Pe} = 8,89 \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{241,5} = 0,00414 \quad (\text{ta} = -241,5^\circ\text{C})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{261,5} = 0,00382$$

Aluminio Duro

$$\rho = 0,02828 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\text{Pe} = 2,703 \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{228,1} = 0,00438 \quad (\text{ta} = -228,1^\circ\text{C})$$

Acero

$$\rho = 0,15 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\text{Pe} = 7,83 \quad (\text{A } 20^\circ\text{C})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{208,5} = 0,00471 \quad (\text{ta} = -208,5^\circ\text{C})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{228,5} = 0,0042$$

Resistencia en corriente continua

La resistencia en corriente continua de un conductor macizo se puede calcular a partir de sus dimensiones con la conocida expresión:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{s} \quad [1]$$

Donde: $\rho = \left[\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$, es la resistividad del material; $l = [\text{m}]$ es la longitud del conductor y $s = [\text{mm}^2]$ es la sección.

En el caso de cables o aleaciones el valor de la resistencia es dado por el fabricante, especificando una temperatura.

Conductores de cobre versus aluminio

A partir de las características básicas del cobre y el aluminio, haremos una simple comparación sobre las ventajas de uso de uno u otro material. Supondremos en principio dos líneas con iguales pérdidas joule que podrían ser construidas en cobre o aluminio, por consiguiente partimos de la siguiente igualdad:

$$\text{Pérdidas joule en la línea de cobre} = \text{Pérdidas joule en la línea de aluminio}$$

$$I^2 \cdot R_{al} = I^2 \cdot R_{cu}$$

Dado que la corriente deberá ser la misma en ambas líneas, las resistencias de los conductores de ambas líneas también deberán ser iguales, es decir, $R_{al} = R_{cu}$

Expresando las resistencias a partir de sus dimensiones [1] tendremos:

$$\rho_{al} \cdot \frac{l}{s_{al}} = \rho_{cu} \cdot \frac{l}{s_{cu}}, \text{ operando resulta: } s_{al} \cdot l = \frac{\rho_{al}}{\rho_{cu}} \cdot s_{cu} \cdot l$$

Esta expresión nos indica que el volumen de aluminio es igual al de cobre multiplicado por la relación de la resistividad del aluminio y la del cobre.

Multiplicando m a m por la relación de pesos específicos de ambos materiales, tendremos:

$$\frac{\rho_{al}}{\rho_{cu}} \cdot s_{al} = \frac{\rho_{al}}{\rho_{cu}} \cdot \frac{\rho_{al}}{\rho_{cu}} \cdot s_{cu} \quad [2]$$

Finalmente podemos expresar la [2] en términos de relación de pesos:

$$\text{Peso del aluminio} = \frac{\rho_{al}}{\rho_{cu}} \cdot \frac{\rho_{al}}{\rho_{cu}} \cdot \text{Peso del cobre}$$

Si remplazamos por los valores de cada material resulta:

$$\text{Peso del aluminio} = \frac{0,02828}{0,01724} \cdot \frac{2,703}{8,89} \cdot \text{Peso del cobre}$$

Finalmente tendremos: **Peso del aluminio = 0,5. Peso del cobre**

Vemos en consecuencia que existen posibles ventajas a favor del aluminio, tales como el costo del material, el peso, el costo de las estructuras portantes etc. No obstante debemos tener en cuenta que el aluminio se utiliza normalmente en los cables que contienen un alma de acero, pudiendo este último material equilibrar las mencionadas ventajas en peso.

Variación de la resistencia con la temperatura

Los materiales utilizados en cables para líneas eléctricas, presentan coeficientes de variación de la resistencia con la temperatura positivos y la característica es lineal como se indica en la Fig.12. En estos materiales se destaca una temperatura para la cual la resistencia es nula; denominada temperatura de superconductividad. Así por ejemplo el cobre a temperatura de menos 234,5 °C presenta una resistencia nula.

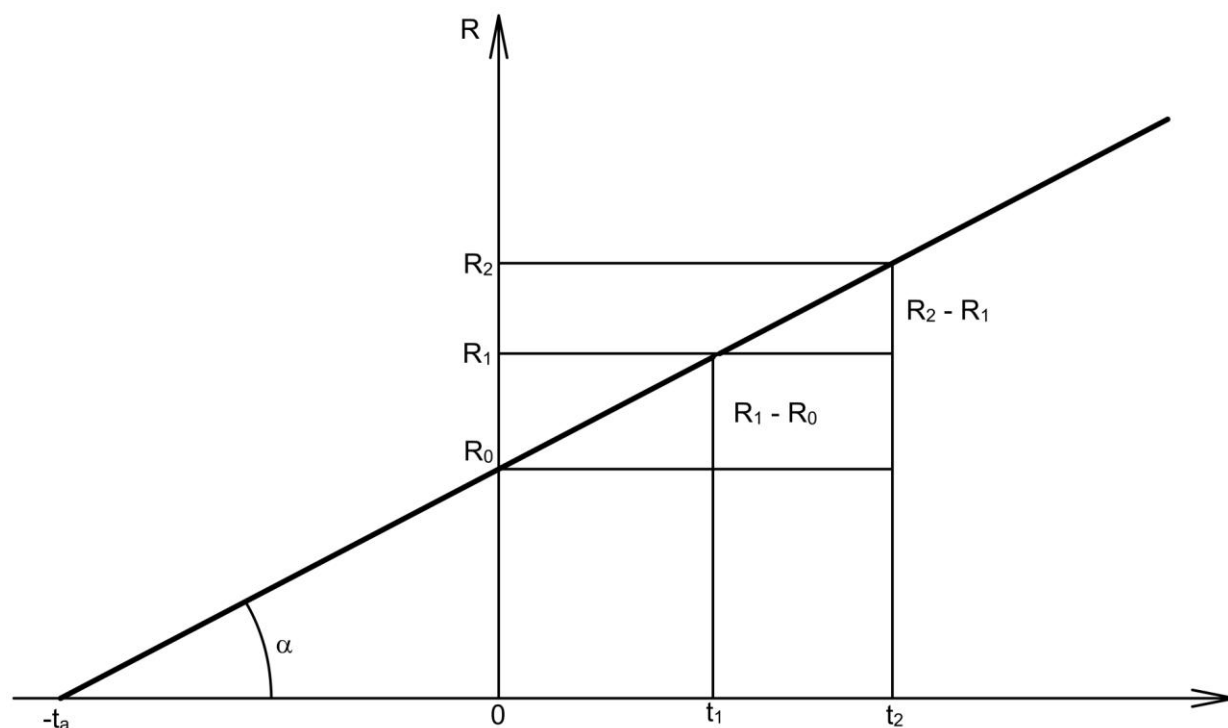


Fig. 12

Del análisis de la Fig.12 podemos establecer las siguientes relaciones:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_1 - R_0}{t_1} = \frac{R_2 - R_1}{t_2 - t_1} = \frac{R_0}{t_a} \quad [3]$$

La ecuación de la función $R = f(t)$ es del tipo $y = ax + b$ donde $a = \operatorname{tg} \alpha$ y $b = R_0$ $a = \operatorname{tg} \alpha$

$$R = \operatorname{tg} \alpha \cdot t + R_0 \quad [4]$$

$$\text{Definiendo un coeficiente } \alpha_0 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{R_0} = \frac{\frac{R_0}{t_a}}{R_0} = \frac{1}{t_a} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \alpha_0 \cdot R_0 \quad [5]$$

En palabras definimos a este coeficiente como la relación de la resistencia a 0°C por unidad de temperatura de superconductividad y por unidad de resistencia a 0°C. Este coeficiente que según la [4] es la inversa de la temperatura de superconductividad, es una característica de cada material.

$$\text{Remplazando [4] en [3] resulta: } R = \alpha_0 \cdot R_0 \cdot t + R_0 = R_0 \cdot (1 + \alpha_0) \quad [6]$$

Esta expresión nos da la resistencia a cualquier temperatura, conociendo la resistencia a 0°C. Normalmente la resistencia se conoce a la temperatura de fabricación y en tal caso para conocerla a otras temperaturas se establecen las siguientes relaciones a partir de la [2]: $R_2 = R_1 + \alpha_0 \cdot R_0 \cdot (t_2 - t_1)$ [7]

Multiplicando y dividiendo el segundo término de (6) por R_1 resulta:

$R_2 = R_1 + \alpha_0 \cdot \frac{R_0}{R_1} \cdot (t_2 - t_1)$, además de la [5] para $t = t_1$ resulta: $\frac{R_0}{R_1} = \frac{1}{1 + \alpha_0 \cdot t_1}$

Remplazando $\frac{R_0}{R_1}$ resulta:

$$R_2 = R_1 + \alpha_0 \cdot \frac{1}{1 + \alpha_0 \cdot t_1} \cdot R_1 \cdot (t_2 - t_1) = R_1 \cdot \left(1 + \frac{t_2 - t_1}{\frac{1}{\alpha_0} + t_1} \right) \quad [8]$$

Pero como $\frac{1}{\alpha_0} = t_a$ remplazando en [7] tendremos: $R_2 = R_1 \cdot \left(1 + \frac{t_2 - t_1}{t_a + t_1} \right)$ y definiendo

un nuevo coeficiente $\alpha_1 = \frac{1}{t_a + t_1}$. Finalmente tendremos:

$$\boxed{R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot (t_2 - t_1))} \quad [9]$$

También de la [8] podemos despejar t_2 para calcular la temperatura final conociendo la resistencia de los cables a la temperatura inicial y a la temperatura final.

$$\boxed{t_2 = t_1 + \frac{1}{\alpha_1} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right)} \quad [10]$$

Resistencia en corriente alterna

Como consecuencia del efecto pelicular (skin) la resistencia en corriente alterna se ve afectada en una proporción que varía en función de la frecuencia y de la permeabilidad del material del conductor (μ_r).

La resistencia efectiva R_e se define a partir de la expresión:

$$R_e = \frac{P}{I_{ef}} \left[\frac{\text{pérdidas de energía del conductor}}{\text{valor eficaz de la corriente}} \right] \quad [11]$$

El estudio del efecto pelicular conduce a expresiones matemáticas que derivan de la resolución de ecuaciones diferenciales mediante las Funciones de Besell, cuya aplicación principal se encuentra en conductores que son atravesados por corrientes de alta frecuencia (ver apunte sobre efecto pelicular)

En el caso de líneas de transmisión de energía cuyas frecuencias principales son 50 o 60 Hz, los incrementos de resistencia por efecto skin no superan el 7 % del valor en corriente continua.

Si tuviéramos que explicar el fenómeno que ocurre dentro del conductor recorrido por una corriente alterna, tendríamos que recurrir al concepto de inductancia interna, pudiendo explicar el fenómeno de la siguiente manera: Suponiendo un conductor de longitud finita, la resistencia de cada uno de los filamentos imaginarios por los cuales

circula parte de la corriente, nos encontramos con que los filamentos interiores conducen menos corriente que los que están cerca de la superficie. El fenómeno se puede explicar atribuyéndole a los filamentos interiores una impedancia mayor que a los exteriores, haciendo que la corriente sea mayor en las proximidades de la superficie que en el interior, de manera que la caída de tensión en los filamentos interiores y los superficiales sea la misma (Condición física del conductor que presenta dos superficies equipotenciales en sus extremos).

Por lo expuesto en todo conductor en el que se manifiesta el fenómeno, habrá una corona circular por la cual circula la mayor parte de la corriente. Esta corona tiene un espesor conocido como penetración (Fig. 13), cuyo valor está definido por la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{1}{m} = \sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot \omega}} \quad [12], \text{ donde:}$$

δ es la penetración

ρ es la resistividad del material $\left[\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$

μ es la permeabilidad del material $\mu_0 \cdot \mu_r \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$

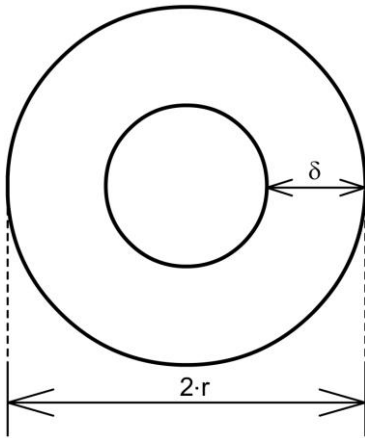


Fig 13

En la zona definida por la penetración δ se supone que la densidad es constante e igual a $\frac{J_0}{\sqrt{2}}$ siendo J_0 la

densidad de corriente en la periferia del conductor. En el interior de la corona definida por la penetración se supone que la corriente es nula.

La expresión final de la penetración en metros es la siguiente:

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho \cdot \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{1}{\text{S}} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot \mu_r \cdot 10^6 \cdot \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}}} \quad [13]$$

Veamos algunos ejemplos de penetración en materiales usuales en líneas trabajando a 50 Hz.

Conductores de cobre y aluminio en aire:

$$\delta_{cu} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{0,0172 \cdot 10}{2 \cdot 50 \cdot 1}} = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad [14]$$

$$\delta_{al} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{0,0275 \cdot 10}{2 \cdot 50 \cdot 1}} = 8,346 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad [15]$$

Conductores de acero con $\mu_r = 200$:

$$\delta_{ac} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{0,2 \cdot 10}{2 \cdot 50 \cdot 200}} = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad [16]$$

Del análisis de valores obtenidos se puede inferir que en el caso de utilizar cables, el espesor de la corona del material conductor debería ser próximo al valor de δ de manera de optimizar el uso el conductor. En el caso de conductores macizos el diámetro de los mismos debería estar próximo al doble de la penetración.

La siguiente tabla de cables de aluminio acero fabricados según normas DIN 48204 nos permite apreciar los valores de espesores de corona (δ) y ($2r$) de acuerdo a la Fig. 13 , para algunos cables:

Denominación	Diámetro del alma de acero [mm]	Diámetro total del cable ($2r$) [mm]	Espesor de corona (δ) [mm]
70/12	4,35	11,6	3,625
95/15	4,95	13,4	4,225
150/25	6,45	17,3	5,425
240/40	8,10	21,7	13,600
300/50	9,00	24,2	7,600

Si analizamos el caso del cable de Al/Ac de 300/50, podemos ver que el espesor de la corona real de aluminio (7,6 mm) no supera los 8,346 mm indicado en la [15], lo cual confirma la conveniencia de no superar dicho valor para un mejor aprovechamiento del conductor.

Para cables de aluminio con alma de acero, la variación de resistencia debida al efecto pelicular se puede observar en la Fig. 14 donde podemos obtener la relación de R_{ca}/R_{cc} en función de la resistencia en corriente continua (R_{cc}), y teniendo como parámetros la relación del espesor de la corona conductora (aluminio) y el diámetro total del conductor.

Vemos una familia de curvas que tienen como parámetro la relación $\frac{t}{d}$. En estas relaciones el espesor “t” de la corona está vinculado con la penetración δ y por ende con el aumento de la resistencia debido al efecto pelicular o skin.

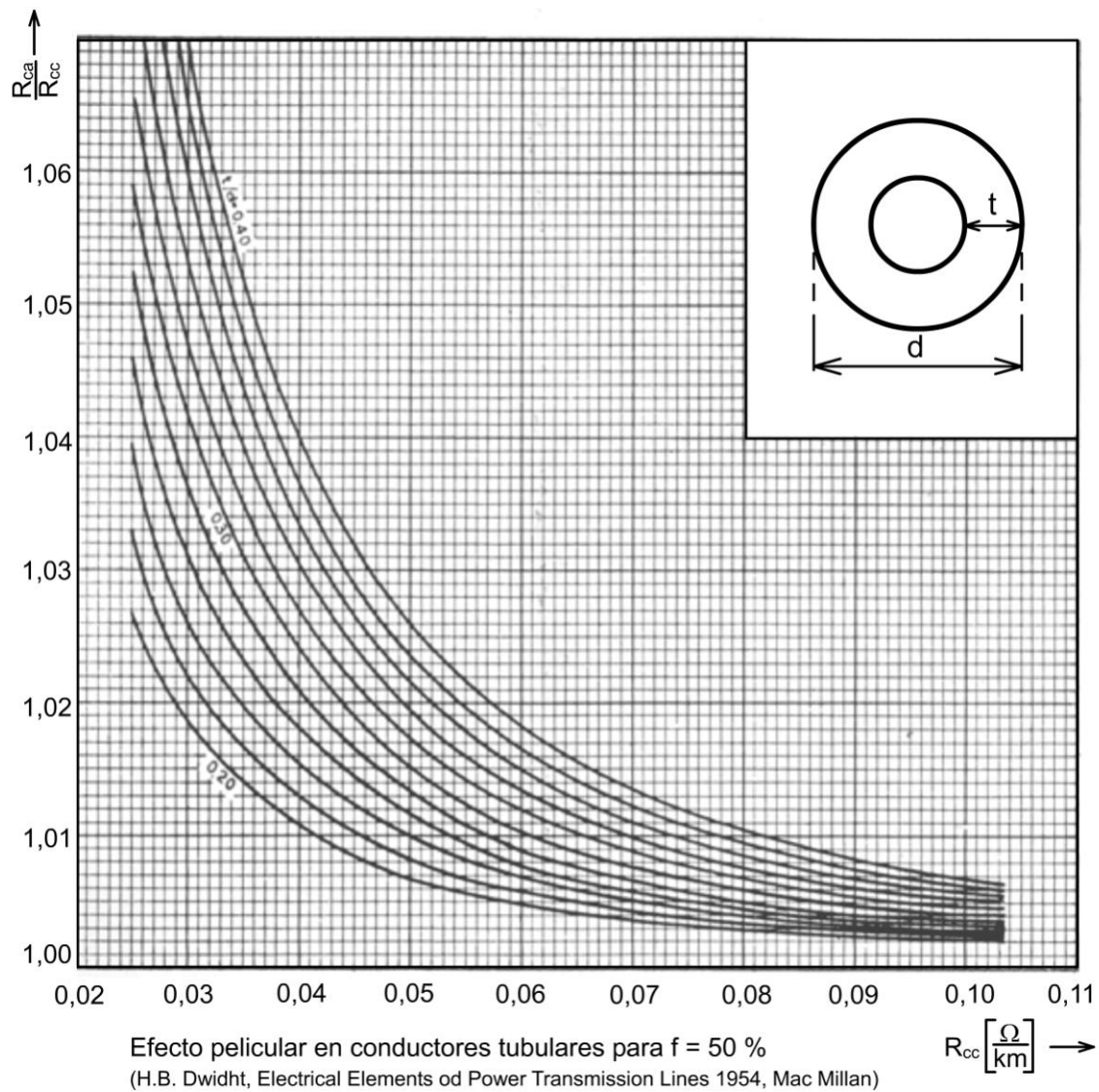


Fig 14

BIBLIOGRAFÍA

1. Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia.-William D. Stevenson. Ed.Mcgraw-Hill.
2. Redes Eléctricas.- Jacinto Viqueira Landa.-Ed. Rep. y Servicios de Ingeniería.
3. Sistemas Eléctricos de Gran Potencia – B. M. Weedy – Ed. Reverté S.A.